1925 № 12—15

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК

СОЮЗА СОВЕТСКИХ СОЦИАЛИСТИЧЕСКИХ РЕСПУБЛИК

VI СЕРИЯ

15 СЕНТЯБРЯ — 1 НОЯБРЯ

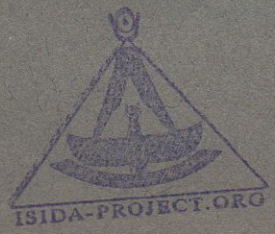
BULLETIN DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DE L'UNION DES RÉPUBLIQUES SOVIÉTIQUES SOCIALISTES

VI SÉRIE

15 SEPTEMBRE — 1 NOVEMBRE

ЛЕНИНГРАД — LENINGRAD



Известия Российской Академии Наук. 1925.
(Bulletin de l'Académie des Sciences de Russie).

Геометрия у древних египтян.

Д. П. Цинзерлинг.

(Представлено академиком **Б. А. Тураевым** в заседании Отделения Исторических Наук и Филологии 16 апреля 1919 г.).

Главнейшими источниками данных, какие мы имеем относительно сведений древних египтян в области геометрии являются найденные в последнее время папирусы математического содержания. Первым и самым большим из этих папирусов является математический папирус Rhind'a автора сочинения: «Thebes, its tombs and their tenants» (London, 1862), который во время своего пребывания в Египте, частью путем собственных раскопок, частью путем покупок, приобрел некоторое число папирусов, которые после его смерти попали в Британский Музей: в числе их один оказался математического содержания. Этот папирус перевел, комментировал и издал в 1877 году проф. Эйзенлор под заглавием «Pr. Eisenlohr. Ein mathematisches Handbuch der alten Aegypter»[1]. Это издание состоит из перевода, очень обстоятельного комментария к переводу и таблиц, представляющих fac-simile самого папируса. Вторым математическим папирусом, в котором имеются задачи геометрического содержания, является

[1] Эйзенлор, как это показывает самое название, данное им папирусу Rhind'a, видит в этом папирусе руководство, составленное, как то следует из содержания задач, для надобностей землевладельца. Кантор держится того же взгляда. По мнению же E. Revillout это просто тетрадь среднего ученика, которая несколькими столетиями позднее была переписана простым писцом и продана какому-нибудь землевладельцу. Взгляд Revillout разделяют Weyr, Borchardt и Simon. По словам последнего тетрадь кишит (wimmelt) грубыми ошибками, которые, как у нас теперь, исправлялись или просто отмечались учителем красными чернилами. Simon находит, что предположение Revillout уже потому вероятно, что большинство дошедших до нас папирусов были школьные тетради. Уже в Древнем Царстве существовали школы, которые носили исключительно практический характер. Папирус Rhind'a, очевидно, вышел из земледельческой школы (M. Simon. Geschichte der Mathematik im Altertum).

папирус, найденный феллахами в 1885 году в Ахмиме, в Верхнем Египте, на христианском кладбище; этот папирус написан на греческом языке и по исследованию Baillet, который его перевел и комментировал, относится к VII—VIII веку н. эры.[1] Далее, в числе фрагментов папирусов, найденных Petrie в Кахуне оказался один геометрического содержания[2]. Этот единственный, среди массы обрывков папирусов собранных Петри, папирус геометрического содержания разобран Borchardt'ом в статье, помещенной в XXXV т. (за 1897 г.) «Zeitschrift für ägyptische Sprache» под заглавием «Inhalt der Halbkugel nach einem Papyrusfragment des mittleren Reiches». Другое объяснение той же задачи дал Schack-Schackenburg в заметке, помещенной в XXXVII т. (за 1899 г.) «Zeitschrift für ägyptische Sprache».

Наконец, геометрические задачи содержит математический папирус, некогда принадлежавший египтологу Голенищеву, а затем приобретенный вместе с другими папирусами коллекции Голенищева Музеем Изящных Искусств в Москве, где он в настоящее время и хранится. Из математического папируса Голенищева до сих пор была издана проф. Тураевым на английском языке только одна задача, касающаяся определения объема усеченной пирамиды под заглавием: «The volume of the truncated pyramid in egyptian mathematics»[3].

Кроме перечисленных папирусов есть еще несколько небольших математических папирусов, как целых, так и фрагментов, но все они содержат только арифметические задачи.

Папирус Rhind'а иератического письма относится к 1700—2000 гг. до н. эры Папирус начинается словами: «предписание, как постичь знания всех земных вещей, всех тайн, которые находятся в вещах. Сочинено в 33-м году, в четвертом месяце времени наводнения (Нила) при величестве царя О-усер-Ра, как копия по образцу старых сочинений времени фараона (Ни-ма) at (Ра) писцом Яхмосом». M. Simon предполагает, что образец, с которого списывал Яхмос, был именно тот папирус, который нашел Petrie в Kahun'е в 1889 г. и который был издан Griffith'ом в 1897 г.; по крайней мере папирус Яхмоса точно согласуется с Кахунским[4].

---

[1] Baillet. Le papyrus mathématique d'Akhmim IX т., вып. 1 изд. «Mémoires publiées par les membres de la Mission archéologique française au Cairo». Paris, 1890.

[2] Griffith. The Petrie Papyri. Hieratic Papyri from Kahun and Gurob.

[3] Транскрипция и перевод этой задачи, равно как и других, переведенных покойным проф. Б. А. Тураевым, приложены к настоящей статье.

[4] M. Simon. Geschichte der Mathematik.

Папирус Голенищева, также иератического письма, по мнению Тураева относится приблизительно к тому же времени или даже к еще несколько более раннему. Папирус Голенищева, подобно папирусу Rhind'a, представляет сборник, состоящий из 19 задач.

В папирусе Rhind'a из 78 задач — геометрического содержания 18; в Ахмимском папирусе, который также представляет сборник задач, из 50 задач, геометрических только 3; в папирусе Голенищева из 19 задач, геометрических 5 и наконец, среди многочисленных фрагментов собрания папирусов Petrie только один с задачею геометрического содержания.

Из 18 геометрических задач папируса Rhind'a — 8 (№№ 41—48 в издании Эйзенлора) или собственно говоря — 6 (т. к. №№ 47 и 48 не представляют самостоятельных задач, а должны быть отнесены к задаче № 46) на вычисление емкостей житниц; из этих 6 задач — 3 (№№ 41—43) на вычисление емкости амбара, имеющего форму усеченного конуса, одна (№ 44) на вычисление емкости амбара, имеющего форму усеченной пирамиды, а две последние (№№ 45 и 46) на определение размеров плодового амбара по данной его емкости.

Далее, 5 задач (№№ 49—53) относятся к определению площадей; из них одна (№ 49) на определение площади четыреугольника[1] (по чертежу прямоугольника), одна задача (№ 50) на определение площади круга, одна (№ 51) на определение площади частного вида треугольника и две (№ 52 и 53) на определение площади частного вида трапеции. Наконец, 5 задач на вычисление пирамид, причем под этим термином разумеется не определение объема пирамиды, а ее формы и обратно, по форме определение ее размеров; при этом во всех задачах пирамида предполагается правильною с квадратным основанием. Из этих пяти задач — три на определение отношения половины базиса (диагонали основания) к боковому ребру[2], одна обратная этим — на определение бокового ребра по данному отношению половины базиса к боковому ребру и величине базиса и последняя на определение отношения половины основной линии (стороны квадратного основания) пирамиды к ее высоте.

---

[1] Решение этой задачи совершенно непонятно; повидимому, по ошибке переписчика, приведенное вычисление относится к какой-то другой задаче, так как вычисление не соответствует содержанию задачи № 49.

[2] По толкованию Эйзенлора и Кантора; другие ученые во главе с Revillout, как это будет подробно изложено ниже, предполагают, что в этих задачах мы имеем дело с отношением высоты пирамиды к половине стороны основания.

Все 3 задачи Ахмимского папируса относятся к вычислению объемов: первая — усеченного конуса, вторая — прямоугольного параллелепипеда и третья, повидимому, также объема прямоугольного параллелепипеда.

В 3 из 4 переведенных геометрических задач папируса Голенищева мы имеем дело с вычислением площади прямоугольника и прямоугольного треугольника, а 4-я, вышеупомянутая, ранее изданная проф. Тураевым, имеет целью вычисление объема усеченной пирамиды.

В единственной геометрической задаче собрания фрагментов папирусов Petrie[1] мы имеем дело по предположению Borchardt'a[2] с определением объема полушара, а по мнению Schack-Schackenburg'a[3] с определением объема усеченного конуса.

Рассмотрение всех перечисленных задач геометрического содержания найденных до сих пор математических папирусов не дает никаких указаний на существование у древних египтян геометрии, как науки, хотя бы в самом элементарном состоянии. Да и трудно это было бы ожидать — древние египтяне по характеру и складу жизни были практики, и потому отвлеченная мысль мало могла их занимать. Если мы обратимся к содержанию перечисленных задач, то увидим, что одна группа задач имеет целью определение емкости житниц, предназначенных для хранения хлеба и плодов, другая группа — определение площади участков поля, наконец, третья — определение размеров и формы пирамид, служащих надгробными памятниками фараонов и знатных египтян. Для того, чтобы определить размеры познаний, которые древние египтяне имели в области геометрии обратимся к детальному рассмотрению вышеупомянутых трех групп задач.

Во всех задачах первой группы математического папируса Rhind'a, за исключением одной, вместимость житниц определяется по одному и тому же способу, а именно через умножение площади основания на высоту и затем прибавление к этому произведению его половины. Такая формула определения объема зернохранилищ заставляет, по мнению Эйзенлора, предполагать для них форму усеченного конуса или правильной усеченной пирамиды с квадратным основанием. Простой расчет показывает, что для правильности этой формулы, которая применяется в папирусе Rhind'a, необходимо, чтобы отношение диаметра или стороны большего основания

---

[1] Griffith. The Petrie papyri. Hieratic papyri from Kahun and Gurob.

[2] Borchardt. Der Inhalt der Halbkugel nach einem Papyrus fragment des mittleren Reiches. Zeitschrift für ägyptische Sprache, B. XXXV.

[3] Schack-Schackenburg. Die angebliche Berechnung der Halbkugel. Zeitschrift für ägyptische Sprache, B. XXXVII.

к диаметру или стороне меньшего было равно 1,4365[1]. Это заставляет предполагать, что зернохранилища делались определенной формы, и для такой именно формы чисто эмпирическим путем египтяне придумали формулу, выражающую способ определения емкости вместилища именно этой формы. Это предположение находит подтверждение в том, что именно соответствующую вышеприведенному отношению сторон фигуру имеет рисунок житницы в Tel el Amarna.

В числе геометрических задач папируса Голенищева одна, как выше было сказано, на определение объема усеченной пирамиды. Появление такого рода задачи с правильным решением в папирусе, относящемся ко времени более раннему, чем математический папирус Rhind'a (приблизительно за 2000 лет до н. эры) является прямо загадочным.

Вот изложение этой задачи:

Задача сделать ⏢, если известно ⏢ (6 высоты)[2]; 4 внизу, 2 наверху. Поступай так: возвысь в квадрат 4, что́ даст 16, удвой 4, что́ даст 8. Далее, возвысь в квадрат 2, что́ даст 4. Прибавь 16 к 8 и 4, что́ даст 28. Далее, возьми $^1/_3$ от 6, что́ даст 2. Далее, возьми 28 дважды, что́ даст 56. Это есть 56. То, что́ мы хотели найти правильно.

Высота пирамиды дана на приложенном к задаче чертеже (рис. 1), по виду представляющем прямоугольную трапецию, у которой нижнее основание 4, верхнее — 2, а перпендикулярная к основанию сторона — 6. Этот совершенно правильный, вполне соответствующий современному, способ определения объема усеченной пирамиды не применялся при решении подобных задач в папирусе Rhind'a (№№ 44 — 46), а также сходных задач в том же папирусе (№№ 41 — 43) и в задаче № 1 Ахмимского папируса; таким образом эта задача папируса Голенищева с ее совершенно правильным решением стоит особняком среди подобных задач всех найденных до сих пор математических папирусов. Это покажется особенно удивительным и странным, если обратить внимание на то, что папирус Голе-

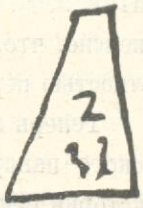


Рис. 1.

---

[1] Пусть a — сторона большего основания, b — сторона меньшего основания, h — высота усеченной пирамиды; тогда $v = \frac{1}{3} h (a^2 + ab + b^2) = \frac{3}{2} b^2 h$, откуда $2\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2\frac{a}{b} = 7$.

Отсюда имеем $\frac{a}{b} = 1{,}4365$ (с точностью до 0,0001).

[2] Вставка сделана мною: оставленное проф. Тураевым без перевода выражение, согласно данному мне объяснению проф. В. В. Струве (по его словам оставленное без перевода место выражает идею «лить воду»), вполне может быть переведено словом «высота».

нищева относится ко времени около 2000 лет до н. эры, а Ахмимский папирус, написанный на греческом языке должен быть отнесен к VII—VIII векам нашей эры; таким образом последний папирус был написан значительно позднее времени расцвета геометрии эпохи великих греческих геометров. Каким образом автор сборника задач, представляющего папирус Голенищева, пришел к подобному решению, требующему для определения средней пропорциональной, вообще говоря, извлечения квадратного корня[1], является весьма мало понятным; правда в рассмотренной задаче мы имеем дело, судя по ее решению с определением объема усеченной пирамиды с квадратным основанием, и тогда нахождение средней пропорциональной площадей оснований приводится к простому перемножению сторон этих оснований, как это и сделано в вышеприведенном решении задачи. Не безинтересно отметить в связи с тем, что мы будем говорить далее, разбирая вторую группу задач, что чертеж, относящийся к рассмотренной задаче, представляет трапецию *прямоугольную*.

Решение 3 задач на определение объемов Ахмимского папируса представляет шаг назад не только по отношению задачи папируса Голенищева, но и по отношению подобного рода задач математического папируса Rhind'a, да и самое задание двух последних задач этого папируса неполно и неясно, что, конечно, в значительной степени может объясняться безграмотностью переписчика.

Теперь переходим ко второй группе геометрических задач математического папируса Rhind'a, которая имеет важнейшее значение не только в истории египетской математики, но и в истории математики вообще, так как в этих задачах решается вопрос об определении площадей частных видов треугольника и трапеции и квадратуре круга.

Сначала остановимся на определении площадей частного вида треугольника и трапеции и разберем подробно задачи №№ 51 и 52 папируса Rhind'a и сопоставим их с соответствующими по содержанию задачами папируса Голенищева.

Обратимся сначала к задаче № 51. Вот ее точный перевод:

Предложение вычислить треугольник на поле, если тебе дан треугольник в 10 саж. по его боку и 4 саж. в его основании. Какова его площадь?

---

[1] Хотя извлечение квадратного корня в эпоху Среднего Царства было известно, и для обозначения этого действия употреблялся особый знак (⌈). (См. Griffith. The Petrie Papyri I Kahun Papyri plate VIII. H. Schack-Schackenburg. Der Berliner Papyrus 6619. Zeitschrift für ägyptische Sprache, B. XXXVIII).

Делай, как делается

.	400	.	1000
$\frac{1}{2}$	200	..	2000

Его площадь: 2 (20)

Сделай половину от 4, это 2, чтобы сделать ее четыреугольник. Возьми число 10 два раза. Такова его площадь (рис. 2).

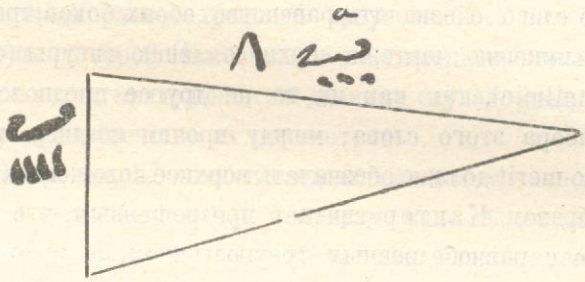


Рис. 2.

Теперь обратимся к критическому разбору этой задачи Эйзенлором, Кантором и Бобыниным.

Эйзенлор говорит: «предложенный треугольник, как показывает чертеж, едва ли (schwerlich) прямоугольный, а скорее равнобедренный; без сомнения, оба бока на чертеже не совершенно, но приблизительно равны»[1]. Таким образом Эйзенлор считает, что в задаче № 51 мы имеем дело с определением площади *равнобедренного* треугольника, основываясь исключительно на чертеже, который может, по мнению Эйзенлора, указывать на то, что рассматриваемый треугольник скорее равнобедренный, нежели прямоугольный; самый же текст задачи не дает на это никаких указаний.

Цитируем Эйзенлора дальше: «Основание треугольника обозначается словом tepro. Слово tepro означает собственно рот (der Mund) здесь устье (die Mündung), основание (Basis). Название бока здесь, как и в № 52 — merit[2]».

Приведем теперь соответствующее место из Кантора: «в то время как обыкновенно фигуры располагаются симметрично по отношению читателя, т. обр. равнобедренный треугольник располагается так, чтобы неравная сторона была внизу, а оба равные бока были направлены вверх,

---

[1] A. Eisenlohr. Ein mathematisches Handbuch der alten Aegypter. B. I, s. 126.

[2] Ibid. По современной транскрипции слово tepro обозначается tp-rꜣ, а слово merit — mrj-t.

Яхмос неравную сторону располагает вертикально, а от концов ее идут в одну сторону (направо) два равных сходящихся бока. Неравная сторона обозначена словом terro, а боковые стороны словом merit. Употребление слова terro — отверстие (рот, der Mund) для обозначения расстояния между конечными точками двух соединенных на пере писца, отсюда открывающихся (расходящихся) прямых, понятно. Что же касается слова merit[1] гавань (пристань, порт, Hafen), то является по меньшей мере нерешенным, должно ли это слово обозначать равенство обоих боков треугольника или по данному положению чертежа верхнюю линию фигуры (obere Linie der Figur — Scheitellinie), так как ни то, ни другое предположение не дает объяснения выбора этого слова; между прочим позднее мы увидим, что, вероятно, слово merit должно обозначать верхнее положение (Scheitellage)»[2].

Таким образом Кантор считает предрешенным, что в задаче № 51 мы имеем дело с равнобедренным треугольником, а затем, как будто сам в этом усомняется, не видя к этому оснований, не только в тексте задачи, но и в самом чертеже и даже склоняется, как будто, скорее к предположению, что словом merit обозначается не каждая из равных сторон равнобедренного треугольника, а просто верхняя сторона (Scheitellinie).

В первой статье В. Бобынина, посвященной математическим папирусам[3], читаем: «Изложение приведенной задачи (№ 51) дает длины только двух сторон треугольника: его основания и одной из боковых сторон. Отсутствие в числе данных длины другой боковой стороны заставляет (?) нас думать, что задача имеет дело с равнобедренным треугольником. Ту же мысль высказывает Эйзенлор. Его приводит к ней рассмотрение данного в задаче чертежа треугольника. Такой прием вывода нам кажется странным. Во-первых, чертеж задачи не представляет точного изображения равнобедренного треугольника, как это признает и сам Эйзенлор, и, если пускаться в область догадок, то его можно считать прямоугольным с таким же правом, как и равнобедренным и во-вторых, прием Эйзенлора может быть употребляем с успехом только в случае совершенно точного выполнения чертежа, что едва ли имеет место в папирусе Rhind'a». Бобынин, опровергая мотив, по которому Эйзенлор считает треугольник

---

[1] По Revillout (Note sur l'équerre égyptienne et son emploi d'après le papyrus mathematique. Revue égyptologique, 1882) слово merit — открытое море в применении к геометрии означает наиболее удаленную точку фигуры наугольника и вместе с тем высоту прямоугольного треугольника, который представляется наугольником.

[2] M. Cantor. Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik. 3 Auflage, B. I, S. 93.

[3] В. Бобынин. Математика древних египтян. Математический листок, ч. II (Приложение), стр. 72, Москва. 1882.

задачи № 51 равнобедренным, приводит другой мотив, еще более неосновательный: Бобынин полагает,что треугольник задачи № 51 потому равнобедренный, что для его определения даны только две стороны, как будто прямоугольный треугольник не определяется заданием двух его сторон.

В другой статье, посвященной египетской математике[1], Бобынин, считая, очевидно, решенным вопрос о том, что в задаче № 51 дело идет об определении площади равнобедренного треугольника, объясняет ошибочность формулы, по которой Яхмос вычисляет площадь этого треугольника, очевидным результатом приложения к данному случаю учения о равенстве площадей фигур при равенстве их периметров.

Все три цитированные нами исследователя математического папируса Rhind'a, приняв по разным и, как мы видим, мало обоснованным мотивам, что в задаче № 51 речь идет об определении площади равнобедренного треугольника, приписали древне-египетским математикам ошибочный прием определения площади равнобедренного треугольника, состоящий в умножении половины основания на боковую сторону вместо умножения на высоту треугольника. Все эти исследователи старались дать объяснение неправильному приему определения площади равнобедренного треугольника, применяемому древне-египетскими математиками. Мы уже указали на причину ошибочности приписываемого древне-египетским математикам приема определения площади равнобедренного треугольника, приведенную Бобыниным во второй статье. В первой статье Бобынин эту ошибочность объясняет распространением древне-египетскими математиками способа вычисления площади прямоугольного треугольника на равнобедренный, указывая при этом на то, что неточность такого распространения едва ли могла быть замечена египтянами, так как опытная поверка результата вычисления, говоря вообще, должна была бы представить почти те же затруднения, как и изыскание в соответствующих случаях способа вычисления площадей самих треугольников. Приписываемый египтянам прием вычисления площади равнобедренного треугольника выражается формулою $\frac{a}{2} \cdot b$, где a — основание и b — боковая сторона равнобедренного треугольника, вместо правильной формулы:

$$\frac{a}{2} \cdot \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}.$$

---

[1] В. Бобынин. Древне-египетская математика в эпоху владычества Гиксов. Журнал Мин. Нар. Пр. Октябрь — ноябрь, 1909.

Указывая на это, Кантор замечает, что с одной стороны, точная формула требует извлечения квадратного корня, между тем как нигде нет указаний на то, чтобы извлечение квадратного корня было Яхмосу известно, и, с другой стороны, при тех числовых данных, которые даны в задаче № 51, неправильность формулы, применяемой Яхмосом дает ошибку менее, чем в 2%. Эйзенлор замечает, что площадь равнобедренного треугольника задачи № 51, вычисленная по правильной формуле выражается числом 19,5959 вместо полученного Яхмосом числа — 20.

Прежде чем перейти к изложению наших соображений по поводу задачи № 51, обратимся к задаче № 52. Вот эта задача:

Предложение сделать отрезок полей. Если тебе дан отрезок поля в 20 саж. по его боку, 6 по его основанию, 4 — по сечению. Какова его площадь? Прибавь его основание к сечению, это составляет 10; возьми половину от 10, т. е. 5 для того, чтобы *сделать* его (т. е. равновеликий ему) *четыреугольник*; возьми число 20 — 5 раз, это составляет 10 (100), такова его площадь. Делай, как делается (рис. 3).

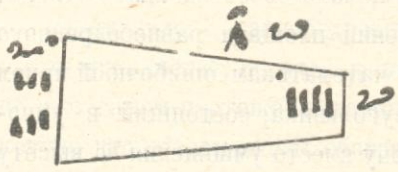


Рис. 3.

	. 1000	.	2000
$\frac{1}{2}$	500	. .	4000
		*4	8000 вместе 10000 составляет

в ahet 20[1] (10)

Такова его площадь.

Комментируя задачу и ее решение Эйзенлор говорит: «здесь оказывается вычисление площади *равнобочной* трапеции, поскольку таковая часто является в Египте при разделении полей»[2].

Допустив, что в задаче № 52 дело идет о вычислении площади трапеции по неверной формуле, по которой площадь равнобочной трапеции равна произведению полусуммы оснований на бок, т. е. по формуле $\frac{a+b}{2} \cdot c$, если a — основание, b — противолежащая ей сторона (другое основание) и c — боковая сторона, вместо правильной формулы, выражающей

---

[1] Здесь Яхмос ошибочно поставил 20 вместо 10.

[2] Eisenlohr. Ein mathematisches Handbuch u. s. w. B. I, s. 128. К сожалению Эйзенлор не указывает, на чем основано последнее его утверждение.

площадь равнобочной (как и всякой трапеции вообще), произведением полусуммы оснований на высоту:

$$\frac{a+b}{2} \cdot c \sqrt{1-\left(\frac{a-b}{2c}\right)^2},$$

которая отличается от первой формулы множителем

$$\sqrt{1-\left(\frac{a-b}{2c}\right)^2}.$$

В данном примере $a = 6$; $b = 4$; $c = 20$ и площадь трапеции выражается числом 100 вместо 99,875 — числа, выражающего площадь данной трапеции по правильной формуле. Надо заметить, что основаниями, на которых базируется Эйзенлор, утверждая, что в задаче № 52 дело идет о вычислении площади равнобочной трапеции, являются: 1) приложенный к задаче чертеж, который дает возможность с одинаковым правом утверждать, что в этой задаче речь идет о вычислении площади *прямоугольной* трапеции и 2) голословное утверждение, что в Египте при разделении полей часто встречается равнобочная трапеция.

Кантор также предполагает, что в задаче № 52 дело идет об определении площади равнобочной трапеции. При этом Кантор допускает возможность предположения, что древне-египетские математики пришли к формуле площади равнобочной трапеции, как к следствию формулы площади равнобедренного треугольника; причем они могли рассматривать площадь трапеции, как разность площадей двух равнобедренных треугольников, иначе говоря, как результат отсечения от равнобедренного треугольника части прямою параллельною основанию: на это указывает во-первых, название меньшей из параллельных сторон Нак, что значит отрезок (Abschnitt) и во-вторых чертеж у следующей задачи № 53[1].

Интересно, что чертеж к задаче № 52 тоже расположен так, что одна из боковых сторон (верхняя) расположена горизонтально, и ей опять присвоено название merit (Scheitellinie); бо́льшая из параллельных сторон обозначена словом tepro.

Предположение Кантора, что древне-египетские математики могли придти к применяемой ими формуле площади равнобочной трапеции, как

[1] Чертеж, помещенный у текста задачи № 53 никакого отношения к этой задаче не имеет; можно предположить, что чертеж относится к задаче, решение которой составителю не удалось.

числения площади прямоугольного треугольника, полученного разделением прямоугольного поля диагональю на два равных полевых участка. Что же касается формулы площади прямоугольной трапеции, то Бобынин допускает возможность предположить, что мысль о замене при вычислении площади прямоугольной трапеции площадью равновеликого ей прямоугольника могла явиться по аналогии с прямоугольным треугольником; при этом Бобынин приводит построение, по которому древне-египетские математики могли придти к прямоугольнику, равновеликому данной прямоугольной трапеции (рис. 4)

$$EF = FD.$$

$$\text{пл.}\, ABCD = \text{пл.}\, ABCE + \text{пл.}\, \Delta ECD = \text{пл.}\, ABCE + \text{пл.}\, ECGF = AF \times AB$$

$$AF = AE + EF = AE + \frac{ED}{2} = AE + \frac{AD - AE}{2} = \frac{2AE + AD - AE}{2} =$$

$$= \frac{AD + AE}{2} = \frac{AD + BC}{2}$$

Таким образом

$$\text{пл.}\, ABCD = \frac{AD + BC}{2} \cdot AB$$

Можно предложить, как мне кажется, более простой путь получения формулы площади прямоугольной трапеции, который представляется следующим чертежом (рис. 5)

$$DE = BM$$

$$\text{пл. трап.}\, ADEB = \text{пл. трап.}\, BENM = \frac{1}{2}\, \text{пл.}\, ADNM = \frac{AB + BM}{2} \cdot AD =$$

$$= \frac{AB + DE}{2} \cdot AD$$

Легко видеть, что предлагаемый мною способ получения формулы площади прямоугольной трапеции сводится в сущности к приложению к данной прямоугольной трапеции другой ей равной. Мне кажется вполне допустимым, что такой простой и наглядный способ мог быть применен египетскими математиками времени написания математического папируса Rhind'a.

Мы видели, сколь мало обосновано утверждение Эйзенлора, Кантора и Бобынина, что в задачах №№ 51 и 52 папируса Rhind'a мы имеем дело с равнобедренным треугольником и равнобочной трапецией, утверждение, основанное главным образом на формах треугольника и тра-

пеции, какими они представляются на чертежах, приложенных к тексту задач. С другой стороны, относительная трудность получения формулы площадей равнобедренного треугольника и равнобочной трапеции сравнительно с формулами площадей прямоугольного треугольника и прямоугольной трапеции заставляют вышеупомянутых исследователей остановиться на вопросе, каким образом, умея определять площади прямоугольного треугольника и прямоугольной трапеции древне-египетские математики могли придти к формулам, к тому же *неверным*, площадей равнобедренного треугольника и равнобочной трапеции и почему, применяя эти формулы к вычислению площадей полевых участков, имеющих соответствующую форму, египтяне могли *не заметить* ошибочности этих формул.

Эти соображения наводят на мысль предположить, что в задачах №№ 51 и 52 папируса Rhind'а *мы имеем дело именно с прямоугольным треугольником и прямоугольной трапецией*;[1] вид приведенных чертежей и самый текст задач дает нам право на такое предположение, избавляющее нас от необходимости оправдания применения египетскими математиками *неверных* формул площадей равнобедренного треугольника и равнобочной трапеции. Но, разумеется, если бы мы для обоснования нашего утверждения ограничились только чертежами и неуказанием в тексте задач на вид фигуры, то наше утверждение было бы столь же шатким и рискованным, как и допущение вышеупомянутых исследователей.

Косвенным подтвержденем нашего предположения могла бы служить простота получения из полевых участков, имеющих форму прямоугольника пересечением участка одною *прямою линиею* под некоторым углом к сторонам прямоугольника и в частности диагональю этого прямоугольника, полевых участков, имеющих форму прямоугольной трапеции и прямоугольного треугольника, а что преобладающею формою полевых участков является прямоугольник это ясно само собою, да на это есть указание и источников; так, Каптор в своих выше цитированных лекциях по истории математики приводит рассказ Геродота, будто Сезострис (Рамзес II) раз-

[1] Это предположение впервые было высказано Revillout еще в 1882 г. (Note sur l'équerre etc. Revue égypt., 1882). Revillout исходил из того соображения, что с одной стороны чертеж не дает достаточного основания предполагать, что в задаче № 51 речь идет о равнобедренном треугольнике, а с другой стороны в этой задаче дело идет об измерении поля, а при разделении поля, имеющего форму прямоугольника, скорее можно получить прямоугольный треугольник, нежели равнобедренный. Предположение Revillout было поддержано Borchardt'ом и Simon'ом (Geschichte der Mathematik im Altertum), причем последний основывался исключительно на невероятности предположения, что египтяне могли делать такие грубые ошибки, какие им приписывают Эйзенлор и Кантор.

делил земли между всеми египтянами так, что каждому был дан *равнобольшой четыреугольник;* под словом же четыреугольник разумелся, очевидно, прямоугольный четыреугольник, так как предположение, что участки, на которые была поделена земля, имели произвольную (общую) форму четыреугольников, да к тому же были равновелики совершенно невероятно; кроме того, на это непосредственно указывает и то, что во всех задачах папируса Rhind'a, где дается или указывается прямоугольник, как в тексте, так и в присоединенном к тексту чертеже, этот прямоугольник называется просто четыреугольником.

Богатый материал для суждения о формах треугольника и четыреугольника, употреблявшихся в египетском землемерии, подтверждающий наше предположение о форме треугольника и трапеции в задачах №№ 51 и 52, представляют надписи на стене, окружающей храм в Эдфу, перечисляющие полевые угодья, подаренные этому храму Птоломеем XI Александром I (около 100 л. до н. эры), изданные Lepsius'ом[1]. В этих надписях не только перечисляются размеры подаренных угодий, но и приводятся самые вычисления размеров этих угодий. При этом оказывается, что египетские землемеры для вычисления площади угодий самой неправильной формы разбивали их на отдельные участки, представляющие *прямоугольные трапеции и прямоугольные треугольники*, и только в случае невозможности это сделать оставляли *маленькие* участки, представляющие совершенно неправильной формы четыреугольники и треугольники; для вычисления площадей таких участков, египетские землемеры пользовались неправильными приближенными формулами площадей общего вида четыреугольников и треугольников, причем площадь четыреугольника они выражали произведением полусумм противолежащих сторон; площадь треугольника они вычисляли по той же формуле, приняв одну сторону равною 0[2]. Лепсиус по данным вычисления отдельных участков, на которые были разбиты угодья, путем построения определил форму всех угодий, одну из которых (наиболее сложную) мы здесь приводим (рис. 6).

Этот чертеж соответствует следующей записи на стене храма в Эдфу:

---

[1] R. Lepsius. Ueber eine hieroglyphische Inschrift am Tempel von Edfu (Abhandlungen der Berliner Akademie. 1855, S. 69 — 114).

[2] Надо не забывать, что надписи храма в Эдфу относятся к первому веку до н. эры, в эпоху же Среднего Царства египтяне могли не уметь даже приближенно определять площади прямолинейных фигур, кроме площадей прямоугольников, прямоугольных треугольников и прямоугольных трапеций.

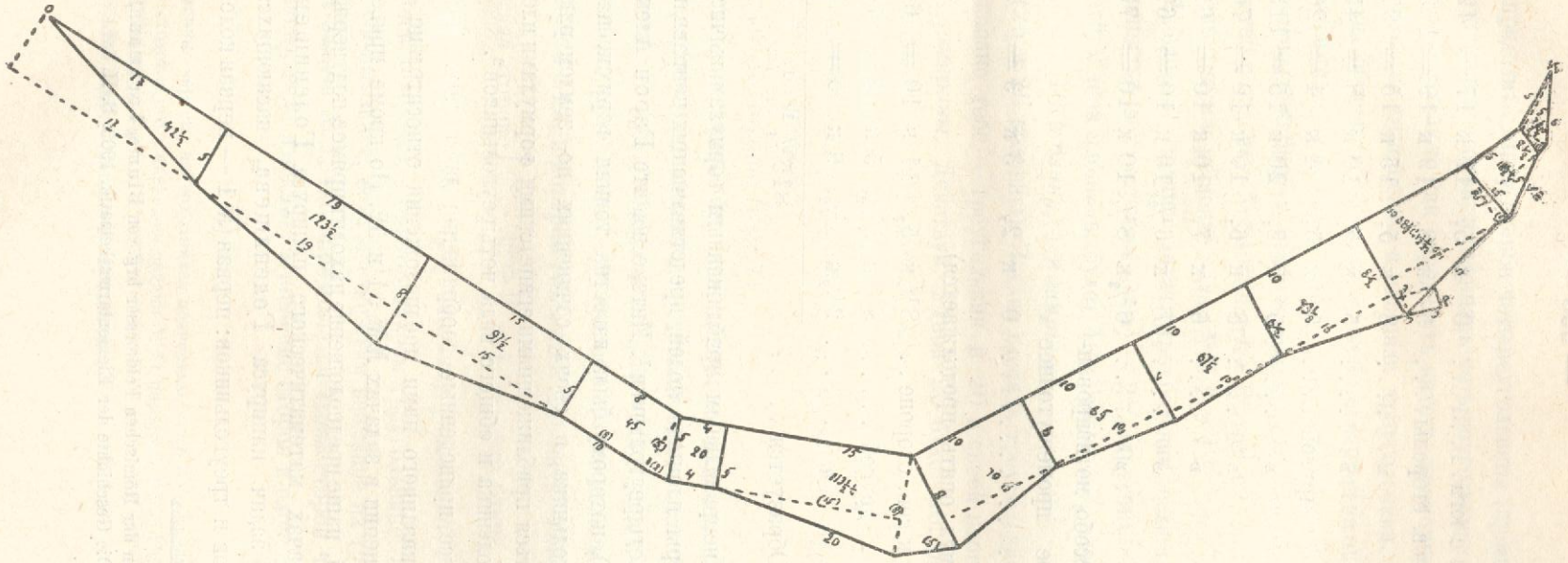


Рис. 6.

делил земли между всеми египтянами так, что каждому был дан *равнобольшой четыреугольник;* под словом же четыреугольник разумелся, очевидно, прямоугольный четыреугольник, так как предположение, что участки, на которые была поделена земля, имели произвольную (общую) форму четыреугольников, да к тому же были равновелики совершенно невероятно; кроме того, на это непосредственно указывает и то, что во всех задачах папируса Rhind'a, где дается или указывается прямоугольник, как в тексте, так и в присоединенном к тексту чертеже, этот прямоугольник называется просто четыреугольником.

Богатый материал для суждения о формах треугольника и четыреугольника, употреблявшихся в египетском землемерии, подтверждающий наше предположение о форме треугольника и трапеции в задачах №№ 51 и 52, представляют надписи на стене, окружающей храм в Эдфу, перечисляющие полевые угодья, подаренные этому храму Птоломеем XI Александром I (около 100 л. до н. эры), изданные Lepsius'ом[1]. В этих надписях не только перечисляются размеры подаренных угодий, но и приводятся самые вычисления размеров этих угодий. При этом оказывается, что египетские землемеры для вычисления площади угодий самой неправильной формы разбивали их на отдельные участки, представляющие *прямоугольные трапеции и прямоугольные треугольники*, и только в случае невозможности это сделать оставляли *маленькие* участки, представляющие совершенно неправильной формы четыреугольники и треугольники; для вычисления площадей таких участков, египетские землемеры пользовались неправильными приближенными формулами площадей общего вида четыреугольников и треугольников, причем площадь четыреугольника они выражали произведением полусумм противолежащих сторон; площадь треугольника они вычисляли по той же формуле, приняв одну сторону равною 0[2]. Лепсиус по данным вычисления отдельных участков, на которые были разбиты угодья, путем построения определил форму всех угодий, одну из которых (наиболее сложную) мы здесь приводим (рис. 6).

Этот чертеж соответствует следующей записи на стене храма в Эдфу:

---

[1] R. Lepsius. Ueber eine hieroglyphische Inschrift am Tempel von Edfu (Abhandlungen der Berliner Akademie. 1855, S. 69 — 114).

[2] Надо не забывать, что надписи храма в Эдфу относятся к первому веку до н. эры, в эпоху же Среднего Царства египтяне могли не уметь даже приближенно определять площади прямолинейных фигур, кроме площадей прямоугольников, прямоугольных треугольников и прямоугольных трапеций.

Измерь.

Первый (участок) с юга	0 к 5,	17 к 17 =	$42\frac{1}{2}$
примыкающий с сев. стороны	5 к 8,	19 к 19 =	$123\frac{1}{2}$
»	8 к 5,	15 к 15 =	$97\frac{1}{2}$
»	5 к 5,	10 к 8 =	45
другой	5 к 5,	4 к 4 =	20
»	5 к 8,	20 к 15 =	$113\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$
»	8 к 6,	10 к 10 =	70
»	6 к 7,	10 к 10 =	65
»	7 к $6\frac{1}{2}$,	10 к 10 =	$67\frac{1}{2}\ (47\frac{1}{2})$
»	$6\frac{1}{2}$ к $8\frac{1}{4}$,	10 к 10 =	$73\frac{1}{8}$
(потом следует особо мотивированное маленькое промежуточное равенство)	0 к 2,	3 к 3 =	3

(Далее ряд формул опять продолжается)

примыкающий к сев. стороне	$8\frac{1}{8}$ к 5,	11 к 10 =	$68\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{16}$
другой	5 к $2\frac{1}{2}$,	5 к 5 =	$18\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$
»	$2\frac{1}{2}$ к $\frac{1}{2}$,	6 к 5 =	$7\frac{1}{2}\ \frac{1}{16}$
Образуется			$815\frac{1}{4}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{32}$

По тем же неправильным приближенным формулам вычисляли также римские землемеры площади полей, представляющих неправильной, произвольной формы четыреугольники[1]. Интересно, что Герон Александрийский (в I в. до н. эры), которому была известна точная формула площади косоугольного треугольника, в своих сочинениях по землемерию предлагал иногда пользоваться приближенными египетскими формулами площадей косоугольного треугольника и общего вида четыреугольников[2].

Конечно, все приведенные соображения дают лишь косвенное подтверждение высказанного нами предположения относительно формы треугольника и трапеции в задачах №№ 51 и 52. Но кроме приведенных косвенных указаний, наше предположение находит прямое подтверждение в геометрических задачах математического папируса Голенищева. Из трех геометрических задач папируса Голенищева, касающихся площадей четыреугольников и треугольников: первая (№ 1 — первая колонна) показы-

---

[1] Die Schriften der Römischen Feldmesser hrg. von Blume, Lachmann, Rudolf, S. 355.
[2] Tropfke. Die Geschichte der Elementarmathematik. 1903, B. II.

вает, как определить длину сторон четыреугольника (прямоугольника), если известно отношение сторон и площадь четыреугольника; вторая и третья (№№ 2 и 12) показывают, как определить катеты прямоугольного треугольника по данному их отношению и площади треугольника. Кроме этих трех геометрических задач и рассмотренной выше четвертой на определение объема усеченной пирамиды есть еще одна, которая находится не в целом папирусе, а в принадлежащих к нему 8 фрагментах; эта задача представляет полное сходство с задачею № 51 папируса Rhind'a[1].

Приведем текст и решение задач №№ 2 и 12.

№ 2 (2 колонна). Задача сделать треугольник, если тебе сказано: треугольник площадью в 2; сторона (одна) — $2\frac{1}{2}$ (другой).

Действуй. Удвой площадь, будет 40. Сделай $2\frac{1}{2}$ раза, будет (. . . . . испорчено . . . . .) 10 в *длину*, 4 в *ширину*[2].

№ 12 (25 и 26 колонны). Задача сделать треугольник.

Если сказано тебе — треугольник в 20 в своей площади, если *длина* его $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{240}$ *ширины*. Действуй. Удвой 20, будет 40. Действуй. Сделай $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{240}$, чтобы найти 1. Будет $2\frac{1}{2}$ раза.

Действуй. Сделай 40 $2\frac{1}{2}$ раза, будет 100. Сделай угол, будет 10.

Смотри — 10 в *длину*. Сделай $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{240}$ десяти. Будет 4.

Смотри 4 — в *ширину*.

Найдешь, что хорошо (рис. 7).

Если мы сопоставим эти две задачи с задачею № 51 папируса Rhind'a и фрагментною задачею, представляющею полное сходство с последнею задачею, то будет ясно, что во всех этих задачах дело идет о треугольниках одного рода, между тем как и чертеж задачи № 12 и самый текст задач №№ 2 и 12, в котором говорится уже не об *основании* (tp-rꜣ-ś) и *боковой* стороне (mrj-t-ś), а о *длине* (ꜣw) и *ширине* (śꜣw) треугольника, указывают с несомненностью на то, что здесь дело идет о прямоугольном треугольнике. Заключение становится еще убедительнее, если мы обратим внимание на то, что задаче № 2 предшествует задача № 1, где определяется длина сторон четыреугольника (прямоугольника), если известны отношение сторон и площадь четыреуголь-

---

[1] К сожалению чертеж не сохранился полностью, хотя по сохранившейся части уже можно судить о сходстве его с чертежом задачи № 51 папируса Rhind'a и чертежом задачи № 12 папируса Голенищева.

[2] К тексту этой задачи чертежа не приложено.

ника. Приложенный к задаче чертеж (рис. 8) показывает с несомненностью, что в этой задаче речь идет о *прямоугольном* четыреугольнике.

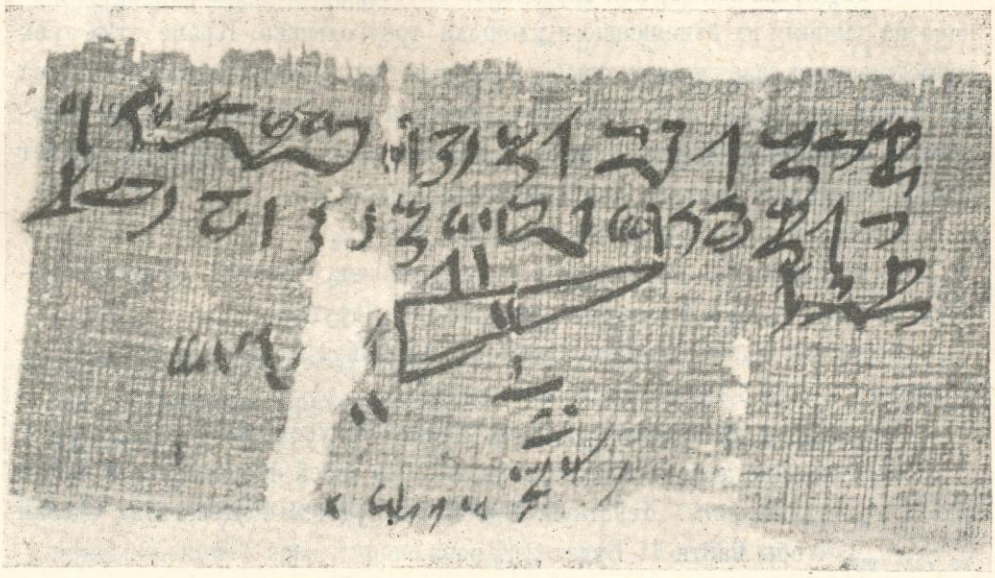


Рис. 7.

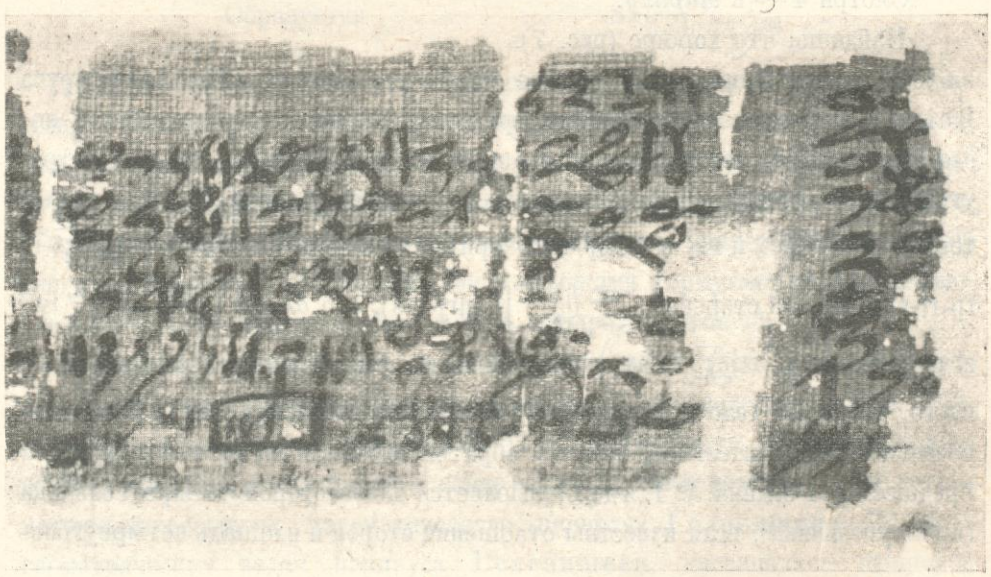


Рис. 8.

Как мы уже упоминали выше, египетские математики всюду п моугольные четыреуг ольники называли просто четыреугольниками (см. задачу

№ 49 папируса Rhind'а, где в тексте задачи говорится о четыреугольнике, а приложенный чертеж (рис. 9), изображающий этот четыреугольник указывает с очевидностью на то, что речь идет о прямоугольном четыреугольнике).

Точно также в египетских математических папирусах *прямоугольные треугольники* назывались просто треугольниками. Очевидно, это происходило от того, что египтяне, говоря о треугольниках и четыреугольниках, *мыслили* обыкновенно о *прямоугольных* треугольниках и четыреугольниках, так как на практике они почти исключительно имели дело с последними.

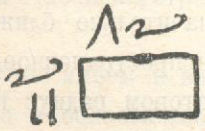


Рис. 9.

Ко второй группе геометрических задач математического папируса Rhind'а принадлежит еще одна замечательная задача — это задача № 50, имеющая своим содержанием определение площади круга. Вот задание и решение этой задачи:

Предписание сделать круглое поле в 9 саж. Какова его площадь?

Отними его девятую часть, будет 1. Остаток 8, умножь число: 8 раз 8 даст 64. Его площадь будет 64.

Делай, как делается

	. 9	. 8
его $^1/_9$	1	.. 16
		4 32
остаток	8	8 64

Его площадь 60$\widehat{4}$

Решение этой задачи показывает, как древне-египетские математики разрешали вопрос о квадратуре круга. Они принимали площадь круга, равною площади квадрата, сторона которого составляет $^8/_9$ диаметра круга. Несомненно, к этому допущению пришли древне-египетские землемеры, эмпирическим путем[1].

Не трудно показать, какое приближенное значение отношения длины окружности к ее диаметру дает сделанное допущение. В самом деле, они вместо $\frac{\pi d^2}{4}$ принимали площадь круга равною

$$\left(\frac{8d}{9}\right)^2 = \frac{64}{81} d^2;$$

[1] Simon в своей Geschichte der Mathematik im Altertum (стр. 43) показывает путем какого опыта египтяне могли придти к заключению, что площадь круга равна площади квадрата со стороною, равною $^8/_9$ диаметра круга.

Приравнивая эти два выражения площади круга, получаем:

$$\frac{\pi\partial^2}{4} = \frac{64}{81}\partial^2, \text{ откуда } \pi = \frac{256}{81} = 3{,}16049\ldots\ldots^{1}.$$

Это приближенное значение отношения длины окружности к диаметру значительно ближе к действительной величине этого отношения, нежели распространенное в то время вавилонское значение π, равное 3, при котором радиус принимается равным $^1/_6$ окружности, т. е., иначе говоря, окружность принималась равною периметру вписанного в нее правильного шестиугольника.

Обратимся к третьей и последней группе задач папируса Rhind'a — задач на вычисление пирамид. Мы уже говорили выше (стр. 543), что в этих задачах по толкованию Эйзенлора и Кантора речь идет: в первых четырех задачах об отношении половины диагонали квадратного основания пирамиды к боковому ребру, а в 5-й задаче об отношении половины стороны основания пирамиды к ее высоте. В первых четырех задачах Эйзенлор словом «диагональ» переводит выражение uχa tebt, а словом «боковое ребро» выражение pir-em-us; самое же отношение в тексте задач выражается словом seqt. В 5-й задаче Эйзенлор словом «основание» переводит слово senti, а «высотою» выражение qai en haru. Revillout в своей несколько уже раз цитированной заметке (Note sur l'équerre, etc.) указывает на бесполезность в строительно-архитектурном отношении того угла, который определяется отношением половины диагонали к боковому ребру (cosinus угла, который боковое ребро пирамиды составляет с плоскостью ее основания); только в 5-й задаче отношением половины стороны основания пирамиды к ее высоте (cotangens угла, который плоскость боковой грани пирамиды составляет с плоскостью ее основания) определяется тот угол, который необходим для обтесывания каменных глыб, облицовывающих боковые грани пирамиды. Revillout указывает, что дело в неправильности самого перевода: Эйзенлор под выражением pir-em-us понимает боковое ребро, по Revillout же выражение pir-em-us (sortant de la largeur ou sortant dans la largeur) должно означать высоту[2] пирамиды, а выражение uχa-tebt

[1] Этот прием вычисления площади круга был в египетской математике общепринятым, как об этом можно судить по другим математическим папирусам (см. задачи №№ 41 и 42 папируса Rhind'a, задачу Кахунского папируса в объяснении ее Schack-Schackenburg'ом, а также очень трудную для объяснения задачу № 5 папируса Голенищева).

[2] «Quand on demandait à un Egyptien quelle hauteur avait le monument il répondait, le pir-em-us a tant de coudées, c'est à dire la ligne tirée du sommet sur la base a tant de coudées. C'était cette ligne qui était importante à connaître. La ligne du côté de la pyramide n'aurait rien appris». (Note sur l'équerre, etc. Revue égypt., 1882, p. 309).

(recherche du pied) сторону основания. Взгляд Revillout разделяет и Borchardt[1]. Что же касается того, что в 5-й задаче сторона основания обозначена словом senti, а высота — выражением qai en haru, то Revillout и Borchardt объясняют это очень просто тем, что синонимы всегда очень возможны, особенно в Египте, который образовался из двух отдельных стран с различными языками.

Заканчивая на этом обзор того материала, который мы имеем в настоящее время для суждения о познаниях древних египтян в области геометрии, я обращаю внимание на то значение, какое имеет математический папирус Голенищева, как в смысле расширения самого материала, так и для разрешения спорных вопросов, касающихся тех приемов, которыми пользовались египтяне при определении площадей прямолинейных фигур.

К сожалению, преждевременная кончина Бориса Александровича Тураева (23 июля 1920 г.) прервала близкую к окончанию работу покойного по переводу математического папируса Голенищева: он успел сделать транскрипцию почти всего папируса с иератического шрифта на иероглифический и затем окончательный перевод четырех задач на русский язык и одной на английский (перевод еще двух задач на русский язык остался неоконченным). Из переведенных Б. А. задач опубликована только одна в журнале Ancien Egypt за 1915 г., остальные остались неопубликованными до настоящего времени. Мне казалось совершенно нежелательным откладывать опубликование этих задач до того времени, когда явится возможность закончить работу покойного Б. А. и издать полностью весь математический папирус Голенищева; поэтому я решил приложить к настоящей статье транскрипцию на иероглифический шрифт и перевод[2] переведенных уже Б. А. задач математического папируса Голенищева, а также сделанное им же самим краткое описание этого папируса.

Математический папирус Голенищева, находящийся в Музее Изящных Искусств в Москве представляет большой папирус иератического письма эпохи Среднего Царства: письмо курсивное, палеографически приближающееся к Иллахунскому; сохранилось 38 колонн письма и чертежей и 8 фрагментов; общая длина всех 8 кусков и 8 фрагментов 5,44 метра.

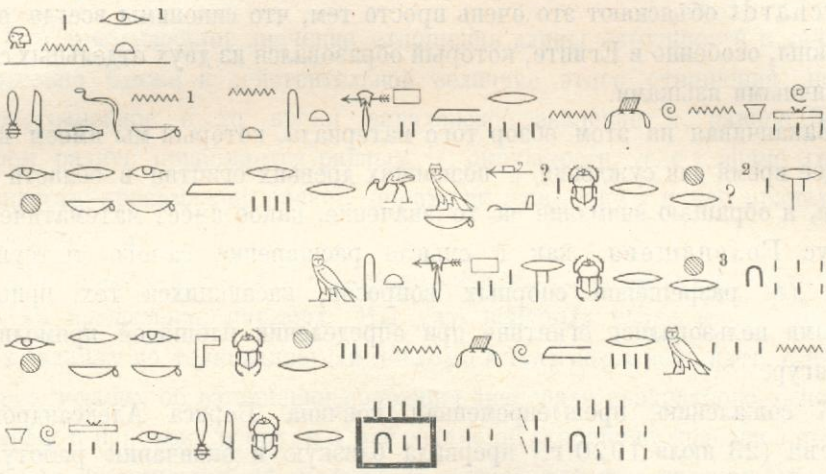
---

[1] G. Borchardt. «Wie wurden die Böschungen der Pyramiden bestimmt». Zeitschrift f. ägypt. Sprache, XXXI, 1893.

[2] Комментарии к переводу филологического характера сделаны учеником покойного Б. А., проф. В. В. Струве, который любезно взял на себя и корректуру иероглифического текста переведенных Б. А. Тураевым задач.

Папирус содержит 19 задач, из коих переведено 5, а именно:

I колонна. Первая задача.



Перевод.

1. Задача сделать [четыреугольник?]

2. если тебе сказано: [четыреугольник?] в (12) сеттов[4],

$^1/_2$ $^1/_4$ длины (которого) — ширина

3. Действуй: сделай $^1/_2$ $^1/_4$, чтобы найти единицу. Будет $1^1/_3$

4. $1^1/_3$ будет 16

5. Сделай угол — будет 4 в длину, $^1/_2$ $^1/_4$ (этого) — 3

6. в ширину. Делай, как получится $\frac{4}{12}$ 3 $\quad$ 1 — 4, 2 — 16

В этой задаче по данной площади прямоугольника требуется определить длину его сторон, если одна составляет $^3/_4$ другой.

---

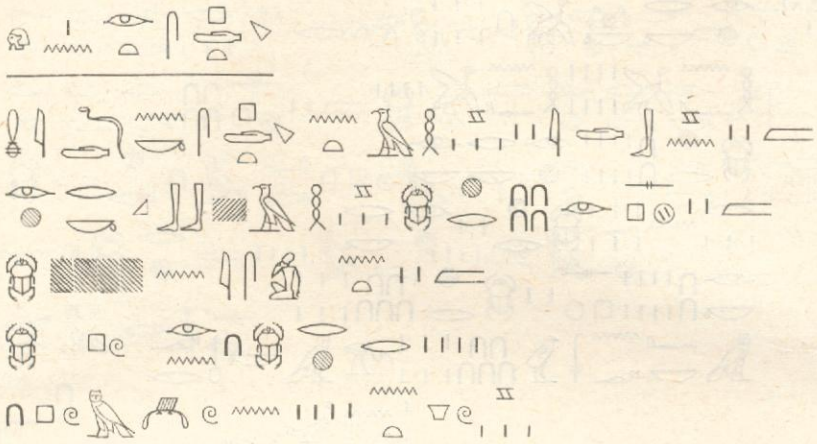
[1] м. б. ??

[2]

[3] Стерлось, но по следам возможно восстановить.

[4] Слово сетта вероятно соответствует египетскому šṯꜣ, что значит arura (мера площади — около 2500 кв. м.).

II колонна. Вторая задача.



Перевод.

1. Задача сделать треугольник

2. если сказано тебе: треугольник площадью в 2 (?), сторона (одна) — $2^1/_2$ (другой)[1]

3. Действуй. Удвой площадь, будет 40. Сделай $2^1/_2$ раза

4. Будет...

5. испорчено

6. 10 в длину, 4 в ширину.

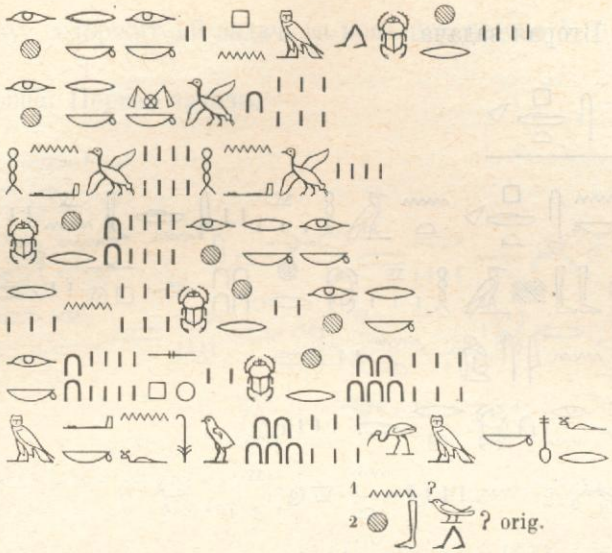
В этой задаче по данной площади треугольника и отношению его сторон требуется определить длину последних.

XX и XXI колонны. 9-ая задача

XX. 

[1] В тексте стоит буквально i'db двух с половиною (idb обозначающий обычно берег, береговую полосу; в геометрии может быть был термин, обозначающий соотношение двух сторон в прямоугольнике или прямоугольном треугольнике).

XXI.



Перевод.

1. Задача сделать ⏢,
2. Если известно — ⏢ (6 высоты?)[1],
3. 4 внизу, 2 наверху.
4. Поступай, как следует: возвысь в квадрат 4, чтó дает 16;
5. Удвой 4, чтó дает 8.
6. Далее, возвысь в квадрат 2, чтó дает 4.
1. Прибавь к 16,
2. 8 и 4,
3. чтó дает 28. Далее, возьми
4. $^1/_3$ от 6, чтó дает 2. Далее, возьми
5. 28 дважды, чтó дает 56.
6. Это есть 56. То, чтó хотели найти — правильно.

Эта задача представляет совершенно правильное вычисление объема усеченной пирамиды с квадратными основаниями.

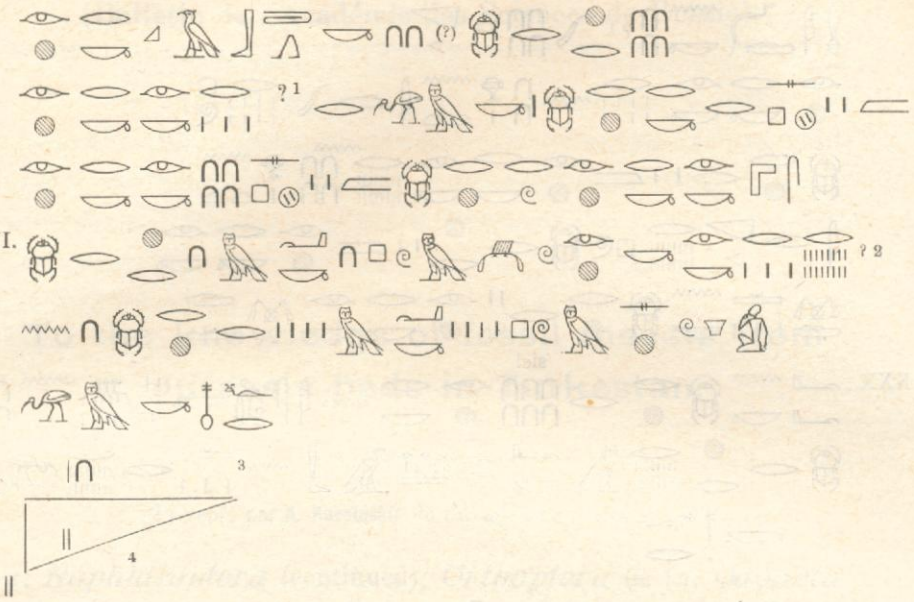
XXV — XXVI колонна. 12 задача.

XXV.

[1] См. примечание на стр. 545.

[2] М. б. и ⏢

XXVI.



Перевод.

1. Задача сделать треугольник

2. если сказано тебе треугольник в 20 (?)[5] в своей площади,

3. если дано тебе (?), длина твоя (?) — $^1/_3$ $^1/_{16}$? $^1/_{240}$? — оно (т. е. эта дробь) на ширине[6]

4. Действуй. Удвой 20. Будет 40

5. Действуй. Сделай $^1/_3$ $^1/_{16}$? $^1/_{240}$?, чтобы найти 1. Будет $2^1/_2$ раза.

6. Действуй. Сделай 40 два с половиной раза, будет 100. Сделай угол его,

1. будет 10. Смотри — 10 в длину. Сделай $^1/_3$ $^1/_{16}$ $^1/_{240}$

2. десяти, будет 4. Смотри 4 — в ширину.

3. Найдешь, что хорошо.

Эта задача того же содержания, что и задача № 2.

XXIX — XXX колонны. 15 задача.

XXIX.

[1] Два неясных знака вероятно обозначают $^1/_{16}$ $^1/_{240}$.

[2] щ $^1/_{240}$ (?)

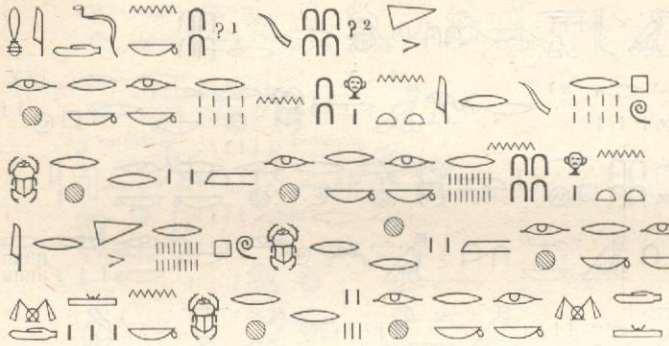
[3] Фотографический снимок фигуры на стр. 560 (рис. 7).

[4] Окружающие знаки повидимому не относятся к задаче.

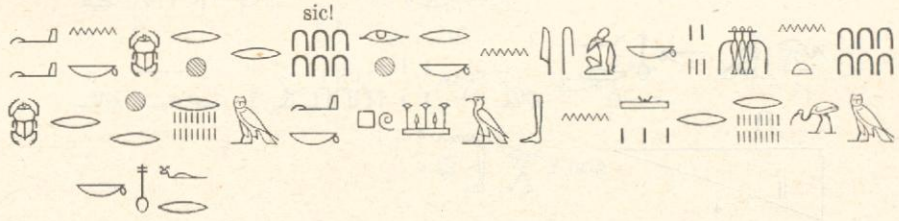
[5] Иероглифически трудно транскрибировать, как 20.

[6] т. е. $^2/_5$ этой длины соответствует ширине.

[7] Неясный знак.



XXX. sic!



Перевод.

1. Задача сделать шебен[3]
2. если сказано тебе: 20 (по ?)[4] $^1/_8$ меры зерна, 40 (по ?)[4] $^1/_{16}$ меры зерна.
3. Действуй. Сделай $^1/_8$ 20-ти, ибо[5] и есть $^1/_8$
4. Будет $2^1/_2$. Действуй. Сделай $^1/_{16}$ 40, ибо[6] и
5. есть $^1/_{16}$ Будет $2^1/_2$. Действуй.
6. Сложи. Будет 5. Действуй. Сложи.
1. Будет 60. Раздели 5 на 60.
2. Будет $^1/_{16}$ (sic?)[7] Это и есть шебен. $^1/_{16}$ найдешь хорошо

Задача № 15, очевидно, представляет задачу на т. н. смешение первого рода. Эта задача не имеет себе подобной в математическом папирусе Rhind'a.

---

[1] неясный знак м. б. (?)

[2] неясный знак м. б. (?)

[3] Слово шебен, по разъяснению проф. В. В. Струве, можно сопоставить с глаголом šbn — смешивать (vermischen).

[4] Не вполне понятный иератический знак, стоящий в тексте под знаком (?). Можно принять с некоторым колебанием, как ḫ‿ — измеренное (gemessen).

[5] Стоящий в этом месте текста иератический знак обозначает одну восьмую меры зерна ($^1/_8$ i'pt = 5hnw)

[6] Стоящий в этом месте текста иератический знак обозначает одну шестнадцатую меры зерна ($^1/_{16}$ i'pt = $2^1/_2$hnw).

[7] Очевидно, описка писца — должно быть $^1/_{12}$.

Цена 30 коп.

Оглавление — Sommaire

Заглавие, отмеченное звездочкою *, является переводом заглавия оригинала.

Le titre désigné par un astérisque * présente la traduction du titre original.